

# روش‌های تدریس ریاضی

## و تاریخ ریاضیات



بی‌گمان استاد پروین شهریاری، چهره ماندگار سال ۱۳۸۴، بی‌نیاز از هرگونه معرفی است و برای همه خوانندگان و علاقمندان رشته ریاضی کاملاً شناخته شده است. شصت سال فعالیت فرهنگی، ترجمه و تألیف نزدیک به سیصد جلد کتاب، سردبیری نزدیک به ده نشریه علمی و فرهنگی در طی این سال‌ها، نزدیک به پنجاه سال معلمی دلسوزانه و پرتلاش و از همه این‌ها مهم‌تر صفای باطن و صداقت در کردار و گفتار از ایشان به معنی واقعی چهره‌ای ماندگار ساخته است. اردیبهشت ماه امسال همایش دبیران ریاضی دوره دبیرستان و راهنمایی مدارس منطقه ۱ شهر تهران در سالن همایش‌های اردوگاه شهید باهنر آموزش و پرورش با حضور اساتید ریاضی و مسئولان آموزش و پرورش منطقه برگزار گردید. یکی از سخنرانان این مراسم استاد پروین شهریاری بودند. در اینجا متن سخنرانی ایشان تحت عنوان روش‌های تدریس ریاضی و تاریخ ریاضیات می‌آید.

مناسبت این دو پاره خط مساویند، این باز می‌پرسید: چرا؟! بعد بالاخره عصبانی شد و گفت: دیگه چرا نداره، من دلیلش را هم گفتم، این باز می‌پرسید: چرا؟! به هر حال ریاضیات، اعم از هندسه یا هر درس دیگر در ریاضیات احتیاج به چراهای خودش دارد. من در دوران تحصیل و یا یادگیری تدریس ریاضی کوشش می‌کردم شاگردان را دعوت به یادگیری کنم. یک بار در کلاس هشتم یک مدرسه که من درس می‌دادم کوشش کردم شاگردان را به نحوی که خودم صحیح می‌دانستم و ادا کنم که با هم همکاری کنند. یک ماهی صبر کردم تا شاگردان را به خوبی شناختم، (ماجرا)

من قرار است درباره نوع تدریس ریاضی صحبت کنم. خاطرم هست که در سال‌های اول دبیرستان بودم یک معلم ریاضی داشتیم که این معلم بعدها به کسوت روحانی درآمد. این معلم وقتی آمد به کلاس (درس هندسه بود) گفت: هندسه یعنی درس «چرا؟!» یک شاگردی را دعوت کرد پای تخته و گفت: من هرچه درس دادم و هرچه گفتم تو فقط بگو چرا؟! خُب این معلم شروع کرد به درس دادن و آن شاگرد هم که اصلاً در حال و هوای درس نبود فقط گاه به گاه می‌گفت: چرا؟! ضمناً این شاگرد اصلاً حواسش هم جمع نبود. معلم استدلال کرده بود که مثلاً به چه

مربوط به سال ۱۳۲۶ است که گمان می‌کنم برای همه شما سال قبل از تولد است!

حدود پنجاه شاگرد داشتم و آنها را در دسته‌های سه‌تایی شامل یک شاگرد ضعیف، یک شاگرد متوسط و یک شاگرد قوی (آن جوری که خودم استنباط می‌کردم) گروه‌بندی کردم و گفتم که من هیچ ورقه‌ای را به نام خودش نمی‌شناسم در هر گروه ورقه را جدا جدا تصحیح نموده و نمره آنها را با هم جمع کرده و تقسیم بر سه کرده و آن را به عنوان نمره گروه در نظر می‌گیرم. شاگردها به خصوص شاگردهای قوی‌تر اعتراض کردند که آقا من چه تقصیری دارم که این درسش را نمی‌خواند! گفتم به هر حال من این طوری عمل می‌کنم! شاگردها باور نمی‌کردند، سه ماه اول به همین ترتیب نمره دادم! شاگردها هم دیدند که من همین کار را کردم در سه ماهه دوم شاگردها افتادند به جان هم! و شروع کردند به کمک کردن به یکدیگر و شاگردهای قوی به شاگردهای ضعیف کمک کردند (با هم در ساعت‌های تفریح و ساعت نهار درس می‌خواندند، شب‌ها می‌رفتند به خانه همدیگر و ...) و سطح نمره‌ها مقداری بالا آمد و همکاری شاگردها ادامه یافت و در آخر سال نمره هر دانش‌آموز را به خودش دادم و انتخاب سؤال را نیز به همکارانم در کلاس‌های دیگر واگذار کردم.

یکی از توصیه‌های من در معلمی ریاضی اهمیت دادن به کار گروهی دانش‌آموزان و تشویق دانش‌آموزان به آن است. این کار را چگونه عملی کنید، این دیگر بستگی به روش کار هر کس دارد و او خود بهتر می‌تواند در این مورد تصمیم بگیرد.

کمترین نمره کلاس من در آن امتحان ۱۵/۵ بود! این یک آزمایش من برای کار گروهی بود و به هر حال نتیجه‌اش معلوم بود و دانش‌آموزان کار گروهی را به خوبی پذیرفته بودند، یکی از توصیه‌های من در معلمی ریاضی اهمیت دادن به کار گروهی دانش‌آموزان و تشویق دانش‌آموزان به آن است. این کار را چگونه عملی کنید، این دیگر بستگی به روش کار هر کس دارد و او خود بهتر می‌تواند در این مورد تصمیم بگیرد.

اگر اجازه بدهید می‌خواهم بقیه صحبت خودم را به مدت زمانی حدود ششصد سال بپردازم که در آن دوران در کشورمان ریاضیاتی داشتیم که سرآمد ریاضیات در جهان بود. در آن دوره که می‌شود گفت از فرزندان موسای خوارزمی در اوایل قرن سوم هجری شروع شده و بعد محمد خوارزمی می‌آید، ابوریحان بیرونی می‌آید و ... دیگرانی تا جمشید کاشانی در قرن نهم هجری که در مجموع حدود ششصد سال طول می‌کشد و ریاضیات ایران در واقع در رأس بوده و از همه جای دنیا به این ریاضیات



متوسل می‌شده‌اند. من نمونه‌های آن را عرض می‌کنم. مثلاً فرض کنید محمد خوارزمی جبر را به وجود آورد و اولین کتاب جبر را او نوشت. زبان رسمی آن زمان زبان عربی بود و در نتیجه کتاب جبر را به نام «الجبر و المقابله» نوشت و خارجی‌ها حتی متوجه نشدند که این «ال» در ابتدای این نام حرف تعریف عربی است و معمولاً به آغاز همه اسم‌ها اضافه می‌شود و این را هم نگه داشتند و گفتند: «الجبر<sup>۱</sup>» و الان به همین صورت در همه جای دنیا می‌شناسند. در این کتاب خوارزمی یک نوع معادله درجه اول و پنج نوع معادله درجه دوم (شش نوع معادله) را حل کرده بود. (ضریب عبارت درجه دوم نیز همه جا مساوی یک بود) کلمه «جبر» هم به زبان ریاضی امروزی یعنی این که عددی که از یک طرف معادله به طرف دیگر می‌رود، علامت آن عوض می‌شود. مثلاً اگر (۱۱-) به اضافه عبارتی مساوی صفر بود، می‌گفت: به دو طرف ۱۱ واحد اضافه می‌کنیم، این طرف (۱۱-) حذف می‌شود و آن طرف (۱۱+) اضافه می‌شود. این را جبر می‌گفت و جبر را به معنای «جبران کردن» گرفته بود، به همین صورت که در این مصرع سعدی هست که: «جبر خالق مسکین بلا بگرداند» مقابله را هم به معنای تساوی گرفته بود، یعنی این که مقابل قرار دادن دو مقدار

مساوی. این را هم بدانیم که در قرن شانزدهم میلادی، مقدمات نمادگذاری‌های ریاضی (+ به جای جمع، - به جای تفریق و = به جای مساوی) به وسیله یک پزشک آلمانی و یک پزشک انگلیسی انجام شد و تا قبل از آن اصلاً علامت‌گذاری‌های ریاضی رایج نبود. همه مطالب ریاضی به صورت تفصیلی شرح داده می‌شد، بنابراین خوارزمی همه معادله‌های خودش را کاملاً شرح می‌دهد و می‌نویسد. بعد از خوارزمی هم کسانی که جبر را پیش بردند باز با توضیح مسأله را حل می‌کنند. یکی دیگر از کارهایی که خوارزمی کرد مربوط به حساب بود. حساب را هندی‌ها به این صورت درآوردند و ده علامت ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ برای نمایش عددها به کار بردند. خوارزمی کتابی نوشت به نام «حساب هندی» و این کتاب به زبان لاتین ترجمه شد. امروز خود کتاب باقی نمانده ولی ترجمه آن موجود است و این کتاب باعث شد که عدد شماری به صورت امروزی در اروپا رواج پیدا کند، ولی این کار قرن‌ها طول کشید. ایرانی‌ها علاوه بر حساب و جبر متوجه مثلثات هم شدند. یونانی‌ها که بیشتر به هندسه توجه داشتند و خیال می‌کردند هندسه هیچ کاربردی در زندگی بشری ندارد، معلومات مثلثات را نیز با هندسه توضیح می‌دادند و این محاسبه نسبت‌های مثلثاتی را با مشکل مواجه می‌کرد. ولی بعد از آن که

\* Algebra

خوارزمی عدد نویسی هندی را توضیح داد، این کار را آسان کرد. خود خوارزمی جدولی برای سینوسها تنظیم کرد که به همین نام مشهور است. پس از

گفته‌اند که ابوریحان در تمام ایام سال به جز دوروز یکی نوروز و دیگری مهرگان، قلم بر زمین نمی‌گذاشت.

خوارزمی دیگرانی پیدا شدند که کارهای بسیاری در مثلثات انجام دادند، مثلاً ابوریحان بیرونی که یکی از بزرگ‌ترین دانشمندان ایرانی بوده است (و نزدیک بود به دست محمود غزنوی کشته شود و فقط به اعتبار این که منجم بوده و آنها منجم را هم ردیف طالع‌بین می‌دانستند، از مرگ نجات یافت و محمود غزنوی دستور داد که پس از این که هشت ماه در زندان بود، او را آزاد کردند). گفته‌اند که ابوریحان در تمام ایام سال به جز دو روز یکی نوروز و دیگری مهرگان، قلم بر زمین نمی‌گذاشت. وقتی محمود غزنوی می‌خواست برای فتح هند برود به او تکلیف می‌کند که تو هم باید بیایی و او به ناچار می‌رود. وقتی به هند می‌رسند محمود و لشکریانش به دنبال آدمکشی و غارت ثروت‌های هندوستان می‌روند ولی ابوریحان به دانشمندان هندی می‌پیوندد و کتابی می‌نویسد به نام «ماللهند» که تنها کتابی بوده که تاریخ هندوستان را تا

زمان ابوریحان نشان می‌دهد و اگر این کتاب نبود برای هندیان خیلی سخت بود که بتوانند از سابقه زندگی قبایل خودشان سردر بیاورند. وقتی که او در هندوستان بود، زبان سانسکریت را یاد گرفته و چند کتاب را از زبان عربی به سانسکریت ترجمه نمود و چند کتاب را از زبان سانسکریت به عربی ترجمه می‌کند. فارسی هم خوب می‌دانست و کتاب «التفهیم» را که در ریاضی و نجوم است (و برای ریحانه که مورد علاقه‌اش بوده است نوشته) به دو زبان فارسی و عربی نگاشته است. لقب او هم که ابوریحان (به معنای پدر ریحانه) بوده است به همین مناسبت انتخاب کرده که معرف وجهه روحی پاک اوست. همچنین ابوالوفا بوزجانی از دیگرانی بوده است که در زمینه مثلثات کارهایی داشته است. خرابه‌های شهر بوزجان در نزدیکی شهر تربت جام کنونی و در نزدیکی مرز افغانستان هنوز هست، ابوریحان و بوزجانی توانستند مثلثات را تا جایی پیش ببرند که مثلث کروی را هم حل کنند و محاسبات خود را با عدد نمایش دهند. بعدها خیام توانست معادله درجه سوم را به کمک مقاطع مخروطی حل کند و در آنجا کاملاً مشخص است که خیام از محورهای مختصات کاملاً اطلاع داشته است. ولی جمشید کاشانی که در قرن نهم هجری می‌زیسته است معادله درجه سوم را به کمک جبر حل می‌کند و این که راه



کارهایی که ایرانی‌ها در زمینه ریاضی انجام داده‌اند فوق‌العاده زیاد است و در این مدت کوتاه سخنرانی من نمی‌گنجد ولی همین قدر یادآوری می‌کنم که در طی ششصد سال (از اواخر قرن دوم تا قرن نهم هجری) ریاضی‌دان‌های ایرانی آنقدر کار کرده‌اند که هنوز بسیاری از آنها تازه است و من از معلمین ریاضی امروز خواهم می‌کنم یک مقداری به تاریخ هم توجه کنند و آن را جزء درسشان قرار دهند.

استدلال خیام خوشش آمد ولی هرچه تلاش کرد نتوانست نشان دهد این زاویه‌ها حاده‌اند یا منفرجه یا قائمه. امروزه هندسه ناقلیدسی را دنباله کارهای ساکری می‌دانند ولی در واقع دنباله کارهای خیام است و خیام سال‌ها قبل از ساکری می‌زیسته است. کارهایی که ایرانی‌ها در زمینه ریاضی انجام داده‌اند فوق‌العاده زیاد است و در این مدت کوتاه سخنرانی من نمی‌گنجد ولی همین قدر یادآوری می‌کنم که در طی ششصد سال (از اواخر قرن دوم تا قرن نهم هجری) ریاضی‌دان‌های ایرانی آنقدر کار کرده‌اند که هنوز بسیاری از آنها تازه است و من از معلمین ریاضی امروز خواهم می‌کنم یک مقداری به تاریخ هم توجه کنند و آن را جزء درسشان قرار دهند.

«از همه شما متشکرم»

حل معادله درجه سوم را تقریباً دو‌یست سال بعد به نام کاردان ثبت کرده‌اند (که خود کاردان هم این راه حل از خودش نبود و آن را از یک همشهری‌اش به نام تارتاگلیا گرفته بود) در واقع درست نیست و کسی که معادله درجه سوم را به طریق جبری حل کرد (البته نه با فرمول‌های امروزی) غیاث‌الدین جمشید کاشانی بوده است که با استفاده از روش او امروز هم می‌توان معادله درجه سوم را حل کرد. یک چیز هم راجع به ریاضی‌دانان ایرانی و نقش آنها در پیدایش هندسه ناقلیدسی بگویم. امروزه این را به کارهای یک ریاضی‌دان ایتالیایی به نام «ساکری» منسوب می‌دانند. ساکری در واقع کتاب خواجه نصیرالدین طوسی را خوانده بود. خواجه نصیر هم کتاب را از روی کتاب خیام نوشته بود و اصل آن مال خیام بود. خیام در این کتاب پاره‌خطی را در نظر گرفته و دو عمود مساوی بر دو طرف آن وارد می‌کند و انتهای آنها را به هم وصل می‌کند و یک چهار ضلعی پیدا می‌شود و می‌گوید اول ببینیم این زاویه‌های بالا مساویند یا خیر و به درستی نشان می‌دهد که برابرند.

آنگاه می‌گوید ببینیم این زاویه‌ها حاده‌اند یا منفرجه و با قرار دادن اصلی دیگر به جای اصل توازی اقلیدس نشان می‌دهد که آنها نه حاده‌اند نه منفرجه و از آنجا می‌گوید اصل اقلیدس اثبات شد. ساکری از این