

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹	ساعت شروع: ۱۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی- فیزیک	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
	نمره		

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.

۰/۷۵	۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) در ماتریس قطری $A = \begin{bmatrix} -3 & & \\ & 2 & \\ & & 2k-1 \end{bmatrix}$ مقدار k برابر است. ب) هرگاه صفحه‌ای شامل محور یک سطح مخروطی، آن را برش دهد، فصل مشترک حاصل است. پ) حجم متوازی السطوحی که روی بردارهای واحد \vec{i} و \vec{j} و \vec{k} بنا می‌شود، برابر است.
۰/۷۵	۲	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) اگر $A_{n \times n}$ ماتریس دلخواه و I_n ماتریس همانی و $A^2 - A = I$ باشد، وارون ماتریس A ، برابر $(I - A)$ است. ب) مکان هندسی مرکز همه دایره‌های با شعاع ثابت r که بر دایره $C(O, r)$ در صفحه این دایره مماس خارج هستند، دایره $C'(O, 2r)$ است. پ) بردار $\vec{a} = \left(0, \frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ ، یک بردار یکه است.
۲	۳	ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ که $a_{ij} = \begin{cases} j-1 & i > j \\ i^2 - j & i = j \\ 1-i & i < j \end{cases}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ مفروض‌اند. الف) حاصل $A \times B$ را به دست آورید. ب) دترمینان ماتریس B را به دست آورید. (با روش دلخواه)
۱/۲۵	۴	دستگاه $\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ 2y - x = 1 \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.
۱/۲۵	۵	اگر A ماتریسی 3×3 باشد و $ A = -2$ ، حاصل $ 2A + A^{-1} ^2$ را محاسبه کنید.
۱	۶	اگر $A = \begin{bmatrix} 2x-y & 5 \\ z & 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 2x+y \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ و $A = B$ باشند، حاصل $x^2 - 2y + z$ را به دست آورید.
۱/۵	۷	نقطه‌ای A و خط d در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از A به فاصله‌ی ۳ سانتیمتر و از d به فاصله‌ی ۴ سانتیمتر باشد. (در مورد حالت‌های مختلف جواب بحث کنید).

ادامه سوالات در صفحه دوم

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹	ساعت شروع: ۱۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی- فیزیک	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
نمره			

۸	معادله‌ی دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $O(0,1)$ بوده و با دایره $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 16$ مماس داخل باشد.	۱/۵
۹	وضعیت خط $x + y = 3$ و دایره $x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0$ را تعیین کنید.	۱/۵
۱۰	در بیضی زیر، خروج از مرکز برابر $\frac{4}{5}$ است. نسبت مساحت مثلث $OB'F'$ به مساحت مثلث OAB' را بیابید.	۱/۵
		
۱۱	در شکل زیر، سهمی با راس A و کانون F و خط هادی d رسم شده است. از F به نقطه دلخواه M روی سهمی وصل کرده و امتداد داده‌ایم تا d را در نقطه N قطع کند و از نقطه M ، MT را بر d عمود کرده‌ایم. ثابت کنید: $\frac{FN}{FA} = \frac{2NT}{TH}$	۱/۵
		
۱۲	اگر $ \vec{a} = 10$ و $ \vec{b} = 2$ و $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$ باشند و زاویه بین دو بردار حاده باشد، مقدار $ \vec{a} \times \vec{b} $ را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۳	بردارای عمود بر دو بردار $\vec{a} = (3, -1, 2)$ و $\vec{b} = (1, 2, -1)$ بیابید.	۱
۱۴	اگر $\vec{a} = (1, -3, 4)$ و $\vec{b} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ باشند، آنگاه تصویر قائم بردار \vec{a} را بر امتداد بردار $\vec{a} - \vec{b}$ بیابید.	۱/۵
۱۵	فرض کنید \vec{a} و \vec{b} بردارهایی به طول ۵ هستند که با یکدیگر زاویه $\frac{\pi}{3}$ می‌سازند. مساحت مثلثی که توسط بردارهای $\vec{a} + \vec{b}$ و $2\vec{a}$ تولید می‌شود را بیابید.	۱/۵
۲۰	موفق و سربلند باشید.	جمع نمره

مدت آزمون: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	هندسه ۳
تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲	
ردیف	راهنمای تصحیح		
نمره			

۰/۷۵	پ) یک (۰/۲۵) ص ۸۲ و ص ۸۳	ب) دو خط متقاطع (۰/۲۵) ص ۳۹	الف) $k = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) ص ۱۲	۱	
۰/۷۵	پ) درست (۰/۲۵) ص ۷۵	ب) درست (۰/۲۵) ص ۳۹	الف) نادرست (۰/۲۵) ص ۲۲	۲	
۲	$A = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 2 & -1 \\ \cdot & 1 & 6 \end{bmatrix} \quad (۰/۵)$ <p>الف) $A \times B = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ -5 & -4 & 3 \\ 4 & 11 & -5 \end{bmatrix} \quad (۰/۷۵)$</p> <p>ب) $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 2 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & 1 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$</p> $ B = \underbrace{(-1 + 1 - 8)}_{(۰/۲۵)} - \underbrace{(-2 - 2 + 2)}_{(۰/۲۵)} = -6 \quad (۰/۲۵)$			ص ۲۱ و ص ۲۸	۳
۱/۲۵	$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ $A^{-1} = \frac{1}{\underbrace{6-4}_{(۰/۲۵)}} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \quad (۰/۲۵) \quad \rightarrow \quad \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}}_{(۰/۵)} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$			ص ۲۴	۴
۱/۲۵	$ 2A + A^{-1} ^2 = \underbrace{2^3 A }_{(۰/۲۵)} + \frac{1}{\underbrace{ A ^3}_{(۰/۵)}} = \underbrace{8(-2)}_{(۰/۲۵)} + \frac{1}{-8} = \frac{-129}{8} \quad (۰/۲۵)$			ص ۳۱	۵
۱	$z = -3 \quad (۰/۲۵)$ $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow x = 2, y = 1 \quad (۰/۵) \quad \rightarrow \quad x^2 - 2y + z = -1 \quad (۰/۲۵)$			ص ۲۰	۶

مدت آزمون: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲	
ردیف	راهنمای تصحیح		نمره

۱/۵	<p>ص ۳۹ - مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطه‌ی A به فاصله‌ی ثابت ۳ سانتی‌متر هستند، دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۳ سانتی‌متر است. ($۰/۲۵$) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله‌ی ۴ سانتی‌متر باشند، دو خط موازی با d و در طرفین خط d است. ($۰/۵$) اشتراک این دو مکان هندسی را در نظر می‌گیریم.</p> <p>اگر دایره دو خط موازی را قطع نکند، جوابی نخواهد داشت. ($۰/۲۵$)</p> <p>اگر دایره بر یکی از خطوط موازی مماس باشد، یک جواب دارد. ($۰/۲۵$)</p> <p>اگر دایره یکی از دو خط موازی را قطع کند دو جواب خواهد داشت. ($۰/۲۵$)</p> <p>(بررسی تعداد حالات با رسم شکل نیز صحیح است و نمره‌ی مربوطه لحاظ گردد.)</p>	۷
۱/۵	<p>ص ۴۴</p> <p>($۰/۲۵$) $O'(۲,۳)$ و $r' = ۴$ → $(x - ۲)^2 + (y - ۳)^2 = ۱۶$</p> <p>($۰/۲۵$) $d = OO' = \sqrt{(۰ - ۲)^2 + (۱ - ۳)^2} = \sqrt{۸}$</p> <p>($۰/۲۵$) $r - r' = d$ → $r - ۴ = \sqrt{۸}$ → $r = ۴ \pm ۲\sqrt{۲}$ ($۰/۲۵$)</p> <p>($۰/۵$) $(x - \cdot)^2 + (y - ۱)^2 = (۴ \pm ۲\sqrt{۲})^2$</p>	۸
۱/۵	<p>ص ۴۵</p> <p>روش اول:</p> <p>$x + y = ۳ \Rightarrow y = ۳ - x$ ($۰/۲۵$)</p> <p>$x^2 + y^2 - ۲y - ۳ = ۰ \rightarrow x^2 + (۳ - x)^2 - ۲(۳ - x) - ۳ = ۰$ ($۰/۲۵$)</p> <p>$۲x^2 - ۴x = ۰$ ($۰/۵$)</p> <p>دلتای معادله‌ی اخیر مثبت است ($۰/۲۵$) بنابراین دو ریشه متمایز دارد که طول نقاط تقاطع است. پس خط و دایره متقاطع‌اند. ($۰/۲۵$)</p> <p>روش دوم:</p> <p>$x^2 + y^2 - ۲y - ۳ = ۰ \Rightarrow O(۰,۱)$ و $r = \frac{۱}{۲}\sqrt{۴ + ۱۲} = ۲$ ($۰/۵$)</p> <p>$OH = \frac{ ۰ + ۱ - ۳ }{\sqrt{۱ + ۱}} = \sqrt{۲} < ۲$ ($۰/۵$)</p> <p>پس خط و دایره متقاطع‌اند. ($۰/۲۵$)</p>	۹
ادامه در صفحه سوم		

مدت آزمون: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲	
ردیف	راهنمای تصحیح		نمره

۱/۵	$\frac{c}{a} = \frac{4}{5} \quad (./25)$ $\frac{S_{\Delta OBF'}}{S_{\Delta OAB'}} = \frac{\frac{1}{2} OB \times OF' \quad (./25)}{\frac{1}{2} OB' \times OA \quad (./25)} = \frac{\frac{1}{2} bc \quad (./25)}{\frac{1}{2} ba \quad (./25)} = \frac{c}{a} = \frac{4}{5} \quad (./25)$	۴۸ ص	۱۰
۱/۵	<p>ص ۵۸ - بنا به تعریف سهمی $MT = MF$ و لذا مثلث MFT متساوی الساقین است پس $(./25) \overline{MTF} = \overline{MFT}$</p> <p>از طرفی $FH \parallel MT$ و FT خط مورب می باشد پس بنابر قضیه ی خطوط موازی و مورب</p> $(./25) \overline{MTF} = \overline{TFH}$ <p>از دو رابطه ی اخیر نتیجه می شود که TF نیمساز زاویه ی NFH می باشد. $(./25)$</p> <p>با استفاده از قضیه ی نیمساز در مثلث FHN داریم:</p> $\frac{NF}{FH} = \frac{NT}{TH} \Rightarrow \frac{NF}{2FA} = \frac{NT}{TH} \Rightarrow \frac{NF}{FA} = \frac{2NT}{TH} \quad (./25)$ <p>(برای اثبات با استفاده از قضیه تالس نیز نمره لحاظ گردد.)</p>		۱۱
۱/۵	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \cos \theta \quad (./25) \quad \rightarrow \quad 12 = 10 \times 2 \times \cos \theta \quad \rightarrow \quad \cos \theta = \frac{3}{5} \quad (./25)$ $\sin \theta = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5} \quad (./5)$ $ \vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \sin \theta = 2 \times 10 \times \frac{4}{5} = 16 \quad (./25)$ <p>(اگر از رابطه ی $\vec{a} \times \vec{b} ^2 = \vec{a} ^2 \vec{b} ^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$ نیز استفاده شود نمره لحاظ گردد.)</p>	۸۴ ص	۱۲
۱	$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$ $\vec{a} \times \vec{b} = -3\vec{i} + 5\vec{j} + 7\vec{k} = (-3, 5, 7) \quad (./25)$	۸۴ ص	۱۳

مدت آزمون: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲	
ردیف	راهنمای تصحیح		نمره

۱/۵	$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = (-2, 1, 2) \quad (0/5)$ $\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{d}}{ \vec{d} } \vec{d} = \frac{(-2-2+8)}{(-2)^2+1^2+2^2} (-2, 1, 2) = \left(\frac{-2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right) \quad (0/25)$	ص ۸۴	۱۴
۱/۵	$S = \frac{1}{2} 2\vec{a} \times (\vec{a} + \vec{b}) = \frac{1}{2} 2\vec{a} \times \vec{a} + 2\vec{a} \times \vec{b} \quad (0/25)$ $S = \frac{1}{2} 0 + 2\vec{a} \times \vec{b} = \frac{1}{2} 2\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \sin\theta = 5 \times 5 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{25\sqrt{2}}{2} \quad (0/25)$	ص ۸۴	۱۵
۲۰	جمع نمره	موفق و سربلند باشید.	